ECOLE NAVALE

MATHEMATIQUES II option M 1976

Un espace affine euclidien est rapporté au repère $r = (O\ ,\ b)$, $b = (\vec{i}\ ,\ \vec{j}\ ,\ \vec{k})$ étant une base orthonormée.

Soit A le point défini par : $\overrightarrow{OA} = a \cos t\ \vec{i}$; a constante strictement positive; t désigne le temps.

Soit (C) le cercle de diamètre OP, défini par les équations :

$$x = 0\ ,\ y^2 + z^2 - ay = 0.$$

1° Déterminer les points qui admettent (C) pour trajectoire et dont la distance à A est égale à a quel que soit t.

On désigne par M celui de ces points qui a pour cote :

$$z = a\ .\ \sin t\ .\ \cos t$$

2° Un solide (S) est mobile par rapport au repère r considéré comme fixe; à (S) est lié un repère $R = (A\ ,\ B)$; $B = (\vec{I}\ ,\ \vec{J}\ ,\ \vec{K})$ est une base ainsi définie :

$\vec{I} = \dfrac{\overrightarrow{AM}}{a}$, $\vec{J}$ se déduit de $\vec{j}$ par la rotation d'angle $\pi - t$ autour de $\vec{i}$.

$\vec{K} = \vec{I} \wedge \vec{J}$.

Donner, sous forme matricielle, les relations qui donnent les coordonnées $(x\ ,\ y\ ,\ z)$ dans r, d'un point de (S), en fonction de ses coordonnées (X , Y , Z) dans R.

3° *Cette question est indépendante des questions 4° et 5°.*

Soit (D) la droite de (S) définie par les équations : $X = a\ ,\ Z = 0$.

a) Montrer que (D) reste dans un plan fixe par rapport à r quand t varie.

b) Soit Q un point de (D) défini par : $\overrightarrow{AQ} = a\ \vec{I} + \lambda\ a\ \vec{J}$, λ réel fixé.

Déterminer la trajectoire (C_λ) de Q par son équation polaire, $\rho = f(\theta)$, P étant l'origine et $(P\ ,\ \vec{j})$ l'axe polaire.

c) Quelle est la courbe (C_0) ? Comparer les courbes (C_λ) et $(C_{-\lambda})$.

Tracer les courbes (C_1) et $(C_{\frac{1}{2}})$.

d) Figurer l'ensemble des points des courbes (C_λ) où la tangente admet $\vec{j}$ pour vecteur directeur.

e) Montrer que P appartient à la droite (D) et déterminer le mouvement de ce point sur la droite (D) relativement à (S).

4° Déterminer l'axe instantané de rotation du mouvement de (S) à l'instant t , $\vec{\Omega}$, relativement à B et relativement à b.

Déterminer la vitesse de translation $h\vec{\Omega}$.

Déterminer l'axe central du torseur des vitesses des points de (S) à l'instant t, relativement à r et relativement à R.

5° Représenter l'ensemble des points de l'axe central situés respectivement :

a) Dans le plan $(O\ ,\ \vec{i}\ ,\ \vec{j})$;

b) Dans le plan $(O\ ,\ \vec{j}\ ,\ \vec{k})$;

c) Dans le plan $(A\ ,\ \vec{I}\ ,\ \vec{J})$;

d) Dans le plan $(A\ ,\ \vec{J}\ ,\ \vec{K})$.

FIN

www.tunisie-etudes.info

Ce document a été téléchargé depuis
www.tunisie-etudes.info

Des documents gratuits, devoirs, examens, cours, exercices, corrigés... Ainsi que toute une rubrique pour vous aider à trouver un emploi sans oublier les avis de concours en direct

Notre page Twitter :
http://www.twitter.com/TunisieEtudes
Notre page FaceBook :
http://www.facebook.com/TunisieEtudes



Merci d'avoir choisi www.tunisie-etudes.info
Bonne lecture et bon travail